

## 平衡小车直立控制原理

控制小车平衡的直观经验来自于人们日常生活经验。一般的人通过简单练习就可以让一个直木棒在手指尖上保持直立。这需要两个条件：一个是托着木棒的手掌可以移动；另一个是眼睛可以观察到木棒的倾斜角度和倾斜趋势（角速度）。通过手掌移动抵消木棒的倾斜角度和趋势，从而保持木棒的直立。这两个条件缺一不可，让木棒保持平衡的过程实际上就是控制中的负反馈控制。

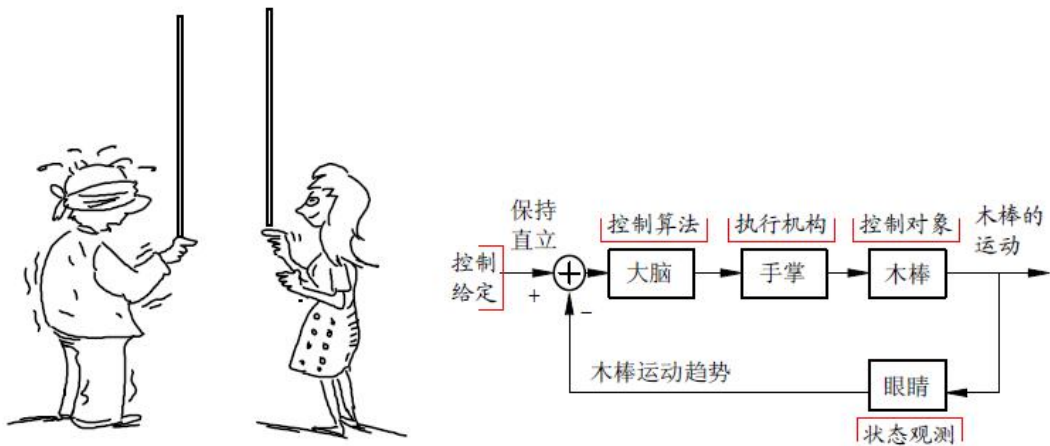


图1 木棒控制原理图

小车的平衡和上面保持木棒平衡相比，要简单一些。因为小车是在一维上面保持平衡的，理想状态下，小车只需沿着轮胎方向前后移动保持平衡即可。

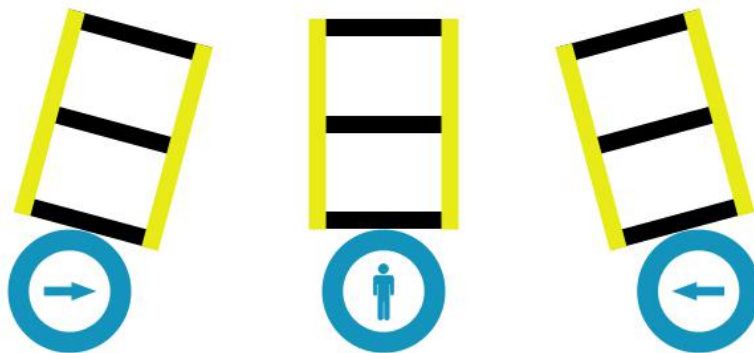


图2 平衡小车的三种状态

根据图2所示的平衡小车的三种状态，我们把小车偏离平衡位置的角度作为偏差，我们的目标是通过负反馈控制，让这个偏差接近于零。用比较通俗的话描

述就是：小车往前倾时车轮要往前运动，小车往后倾时车轮要往后运动，让小车保持平衡。理想状态下，只要我们可以控制电机的加速度和小车的倾角成正比，就可以让小车保持平衡。

$$a = b_1\theta \quad (1-1)$$

实际上，小车到达平衡的位置之后，因为 $\theta$ 为零，所以 $a$ 输出为零，但是此时小车并没有和我们设想的那样保持静止，而是因为刚体绕轴转动时具有的惯性，小车会往另外一个方向倒去，如此反复，我们便看到小车在平衡位置出现震荡而无法静止。响应曲线如图3所示。

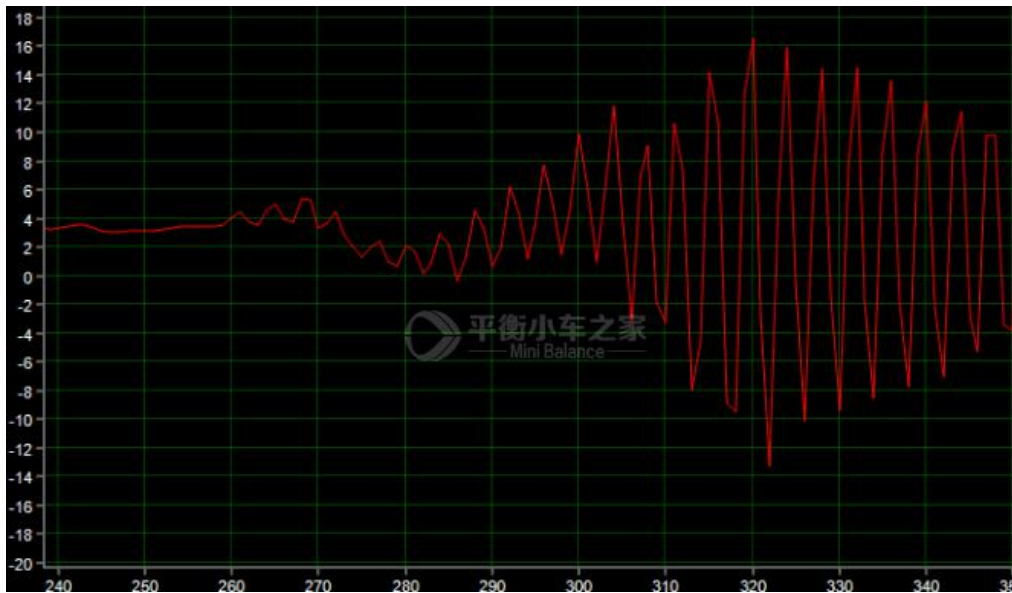


图3 小车在平衡位置震荡

从上面的分析可知，是因为小车绕轴转动时具有的惯性，也就是小车具有一定的转动惯量，如果转动惯量为零，那似乎就可以解决上述的问题了。我们先看一下转动惯量的计算公式。

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (1-2)$$

其中  $m$  是其质量， $r$ 是质点和转轴的垂直距离。我们既无法让小车的质量为零，也无法让等效的质点与电机转轴的距离为零。所以，转动惯量是客观存在的。

下面我们分析一下单摆模型，如图4所示。在重力作用下，单摆受到和角度成正比，运动方向相反的回弹力。而且在空气中运动的单摆，由于受到空气的阻尼力，单摆最终会停止在垂直平衡位置。空气的阻尼力与单摆运动速度成正比，方

向相反。

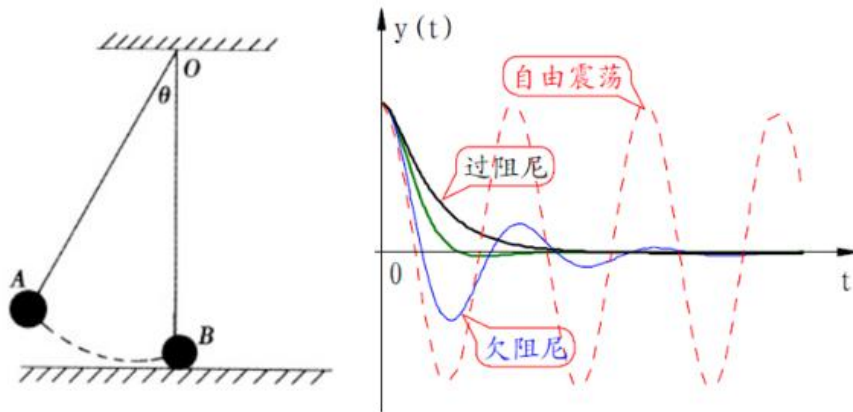


图4 单摆及其运动曲线

类比到我们的平衡小车，为了让小车能静止在平衡位置附近，我们不仅需要  
在电机上施加和倾角成正比的回复力，还需要增加和角速度成正比的阻尼力，阻  
尼力与运动方向相反。这样，小车的平衡控制算法可以进行改写

$$a = b_1\theta + b_2\theta' \quad (1-3)$$

其中 $\theta$ 是角度偏差， $\theta'$ 是角度偏差的变化率，也就是角速度。这样，只要我  
们可以测量平衡小车的角度偏差和角速度，控制小车的加速度，就可以完成小车  
的直立控制了。另外，为简化小车的控制，以上的加速度控制量由施加在电机上  
面的电压代替，也就是直接调节控制电机的PWM的占空比即可。根据以上控制算  
法，我们在平衡小车上实践一，并测量角度输出。根据图5可以看到，小车一  
直在 $0^\circ$ 附近调整，无震荡。

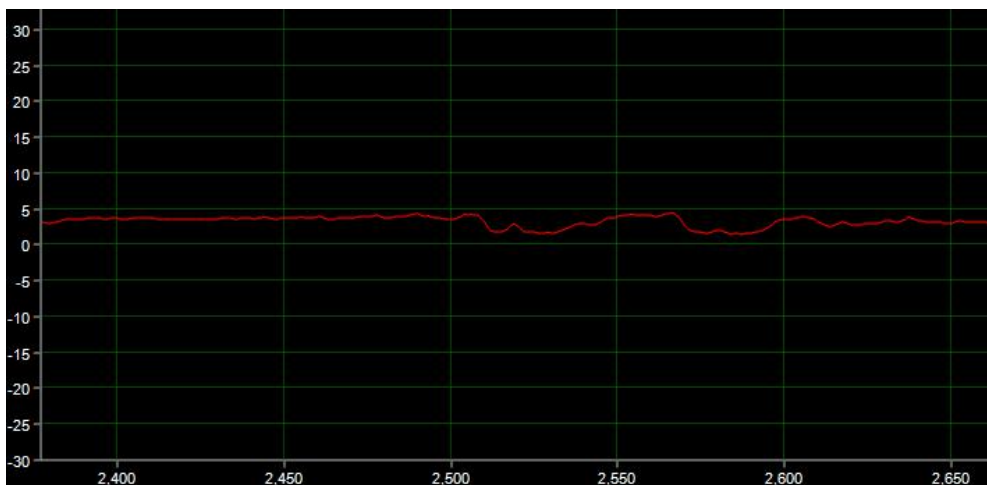


图5 小车在PD控制下的角度输出

其实公式 (1-3) 是一个位置式离散PD控制器,  $b_1\theta$  是比例控制部分,  $b_2\theta'$  是微分控制部分。控制原理图如图5。



图5 平衡小车直立控制原理图

上述的PD参数一般我们是现场整定得到的。根据上面的分析, 我们还可以总结得到一些调试的技巧: 比例控制是引入了回复力; 微分控制是引入了阻尼力, 微分系数与转动惯量有关。根据转动惯量和力矩的定义公式

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (1-4)$$

$$M = \sum_i F_i L_i \quad (1-5)$$

在小车质量一定的情况下, 重心位置增高, 因为需要的回复力减小, 所以比例控制系数下降; 转动惯量变大, 所以微分控制系数增大。

在小车重心位置一定的情况下, 质量增大, 因为需要的回复力增大, 比例控制系数增大; 转动惯量变大, 所以微分控制系数增大。

参考文献: 直立行车参考设计方案(第二版)-freescale智能车比赛组委会